

II Московская олимпиада школьников по вероятности и статистике 02 февраля 2025 г.

11 класс.

1. Турнир по олимпийской системе проходит в несколько туров: все игроки разбиваются на пары, проигравший в каждой паре выбывает из турнира, победители снова разбиваются на пары. Так происходит, пока не останется единственная пара игроков; победитель в этой паре объявляется победителем турнира, а проигравший занимает второе место. Провести олимпийский турнир можно, если число игроков является степенью числа 2.

Однажды 96 теннисистов случайным образом разбились на две группы – малую, в которой 32 игрока и большую, в которой 64 игрока. Известно, что среди этих 96 теннисистов нет двух, играющих одинаково хорошо, и в любой встрече побеждает тот, кто играет лучше.

В малой группе был проведён Малый олимпийский турнир по теннису из пяти туров. В большой группе был проведён Большой олимпийский турнир из шести туров. Какова вероятность того, что при встрече победитель Малого турнира проиграет игроку, занявшему второе место в Большом турнире?

2. Множество, состоящее из n последовательных натуральных чисел, назовём *отрезком натурального ряда длиной n* .

Из некоторого отрезка натурального ряда длиной n случайным образом выбирают 15 чисел. При каком n окажется наибольшей вероятность того, что среди выбранных окажутся числа 21, 190 и 2025?

3. В банде n разбойников, и любые двое либо знакомы друг с другом с вероятностью p независимо от прочих, либо не знакомы с вероятностью $q = 1 - p$. Назовём четверых разбойников *странной четвёркой*, если один из них знаком с тремя остальными, но из этих троих никто не знает друг друга. Найдите математическое ожидание случайной величины «*количество странных четвёрок в банде*».

4. Велел отец сыну убрать камни с поля. Камней n , разбросаны они по полю случайно, а средний вес одного камня равен M кг. В первый день сын должен убирать камни до тех пор, пока под очередным случайным камнем не найдёт записку отца «Убери этот камень и хватит на сегодня, сынок». Остальные камни сын должен убрать на следующий день. Найдите математическое ожидание случайной величины «*общий вес камней, убранных в первый день*».

5. На окружности случайно и независимо друг от друга выбирают три точки. Какова вероятность того, что у треугольника с вершинами в этих точках все углы окажутся меньше чем 120° ?

6. Три мухи одновременно садятся на равносторонний треугольник – по одной мухе в каждую вершину. Каждую минуту после этого каждая муха моментально перелетает в другую вершину, выбирая её случайным образом независимо от других мух и предыдущих перелётов. Одновременно в вершине может оказаться больше одной мухи. Найдите математическое ожидание величины «*время, через которое все три мухи окажутся в одной вершине*».