

## 6 класс в Математической вертикали

**Задача 1.** У Тани есть игрушки: кубики и шарiki, жёлтые и зелёные. Все кубики — жёлтые. Зелёных игрушек — 20, жёлтых — 26, шариков — 37. Чего больше — жёлтых кубиков или жёлтых шариков — и на сколько? [4 балла]

(жюри, по мотивам задачи С. Дориченко)

**Ответ.** Жёлтых шариков на 8 больше.

**Решение.** Всего игрушек  $20 + 26 = 46$ . Раз 37 из них — шарiki, то оставшиеся  $46 - 37 = 9$  — кубики. Все эти 9 кубиков по условию жёлтые. А оставшиеся  $26 - 9 = 17$  жёлтых игрушек — это жёлтые шарiki. Значит, жёлтых шариков больше, чем жёлтых кубиков, на  $17 - 9 = 8$ .

**Задача 2.** См. задачу 1 для 6 класса (с. 3). [4 балла]

**Задача 3.** См. задачу 2 для 6 класса (с. 3). [до 6 баллов]

**Задача 4.** Учительница написала на доске 10-значное натуральное число. Если стереть две его последние цифры, то полученное число разделится без остатка на 2, если стереть 3 последние цифры, то полученное число разделится без остатка на 3, если 4 последние цифры — на 4, ..., если 9 последних цифр — на 9. Какое наибольшее число могла написать учительница? [6 баллов] (М. Евдокимов)

**Ответ.** 9666567899.

**Решение.** Начнём с последнего условия. Если вычеркнуть 9 последних цифр, то останется одна, которая должна делиться на 9 — значит, это 9. Двузначное число, кратное 8 и начинающееся с 9, только одно: 96. Трёхзначное число, начинающееся с 96 и кратное 7, тоже только одно — это 966. Чтобы число из четырёх первых цифр делилось на 6, оно должно делиться на 3 и на 2. Сумма первых трёх цифр  $9 + 6 + 6$  кратна 3, значит, четвёртая цифра должна делиться на 3 и должна быть чётной. Подходит только 0 или 6. Выбираем 6, так как независимо от того, какие цифры будут дальше, число с 0 в этом разряде меньше, чем число с 6. Далее, число 9666\* должно делиться на 5,

т. е. заканчиваться на 0 или 5 — выбираем 5. Для делимости на 4 число из двух последних цифр должно делиться на 4, т. е.  $5*$  делится на 4 — это 52 или 56, выбираем максимальную цифру 6. Для делимости на 3 сумма первых семи цифр должна делиться на 3. Первые шесть цифр мы уже знаем (966656), значит, седьмой цифрой может быть 1, 4 или 7 — берём наибольшую, 7. Наконец, следующая цифра для делимости на 2 должна быть чётной — возьмём 8, а на последние две цифры у нас ограничений нет — поставим две цифры 9.

**Задача 5.** См. задачу 4 для 6 класса (с. 5). [7 баллов]

**Задача 6.** Кощею достались шесть сундуков с золотыми монетами. Всего монет 300, и Кощей знает, сколько монет в каком сундуке лежит. За один ход Кощей выбирает

а) любые два [4 балла]

б) любые два или любые три [6 баллов]

сундука, общее количество монет в которых позволяет распределить их по выбранным сундукам поровну. Затем он уравнивает количества монет в выбранных сундуках, перекладывая монеты между ними. Всегда ли Кощей может за несколько ходов добиться, чтобы во всех шести сундуках стало поровну монет? (И. Русских)

**Ответ.** а) Нет; б) да.

**Решение.** а) Чтобы сделать ход, Кощей должен открыть два сундука, суммарное количество монет в которых чётное. То есть нужно открыть либо два сундука с чётным количеством монет, либо два сундука с нечётным количеством монет.

Значит, если изначально в одних сундуках одинаковое чётное количество монет, а в других — одинаковое нечётное (например, в 4 сундуках по 25 монет, а в оставшихся двух — по 100), то Кощей не сможет сделать ни одного хода.

б) См. задачу 5 для 6 класса (с. 6).