

III Московская олимпиада школьников по вероятности и статистике
19 – 25 ноября 2025 г.

Отборочный этап 10–11 классы

1. В графе нет петель и кратных ребер, а вершин на 10 меньше, чем ребер. Какое наименьшее количество циклов может быть в таком графе?

2. Некоторый числовой массив обладает тем свойством, что если к каждому числу прибавить число 2, то сумма квадратов чисел массива не изменится. Найдите среднее арифметическое массива.

3. Симметричный игральный кубик бросают много раз. Какова вероятность того, что перед тем как первый раз выпадет грань с нечетным числом, все грани с четными числами выпадут хотя бы по разу?

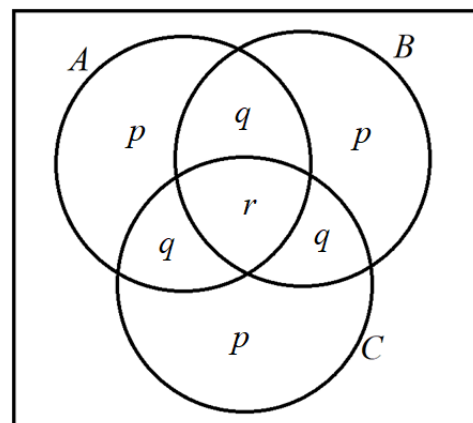
4. В группе детского сада 5 мальчиков и 5 девочек. Между каждым мальчиком и каждой девочкой есть взаимная симпатия с вероятностью $p = 0,5$, а с вероятностью $q = 0,5$ взаимной симпатии нет независимо от прочих симпатий. По команде воспитателя все дети разбиваются на пары «мальчик–девочка». Сначала формируются случайные пары на основе взаимной симпатии (назовем их добровольными), а уже потом, если симпатий не хватило, – случайные пары, в которых взаимной симпатии нет (вынужденные). Какова вероятность того, что все образовавшиеся пары добровольные? Результат округлите до тысячных.

5. В ящике n пронумерованных шаров. Шары вынимали по одному в случайном порядке. Каждый раз вынутый шар возвращали в ящик и шары перемешивали перед следующим извлечением. Стучилось так, что в четвертый раз вынули шар, который уже вынимали прежде, а перед этим повторов не было. При каком n вероятность этого события наибольшая?

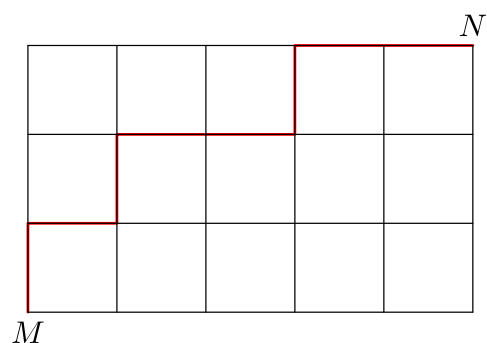
6. На рисунке изображена диаграмма Эйлера для событий A , B и C в некотором случайном опыте. В семи областях диаграммы указаны вероятности соответствующих событий. Известно, что события A и B независимы и что их вероятности отличны от 0.

Найдите наибольшую возможную вероятность события

$$(A \cup B \cup C) \cap \overline{(A \cap B \cap C)}.$$



7. Муха ползет из нижней левой вершины M в верхнюю правую вершину N решетки 3×5 , случайным образом выбрав один из кратчайших равновероятных маршрутов на этой решетке (на рисунке показан один из таких путей). Иногда она поворачивает налево, иногда – направо. Нас интересует, сколько поворотов сделает муха. Найдите математическое ожидание этой случайной величины.



8. Ломаная на плоскости составлена из трех одинаковых отрезков. Ее крайние звенья случайным образом повернуты относительно центрального звена. Найдите вероятность того, что крайние звенья пересекаются.

9. Крупная торговая сеть продовольственных магазинов проводит внутренний аудит (независимую проверку) своих поставщиков с их согласия. Сначала проверяется количество жалоб и рекламаций со стороны покупателей на 100 единиц проданного товара.

Если жалоб нет или очень мало, то аудит завершается.

Если жалоб немного, то назначается выборочная проверка условий производства и качества продукции.

Сплошная проверка качества продукции и условий производства обходится втрое дороже выборочной и назначается в двух случаях:

1. Количество жалоб превышает некоторое пороговое значение. Вероятность этого равна 0,25.

2. Выборочная проверка выявила много нарушений. Вероятность этого равна β .

Главный экономист сети заявил, что, если упразднить выборочную проверку, заменив ее сплошной, то средняя стоимость аудита не изменится, а время аудита сократится. Оказалось, что экономист прав. Найдите вероятность β .