

Заключительный этап. 10 класс

Задача 1. В инструкции к лекарству написано, что возможны следующие побочные эффекты:

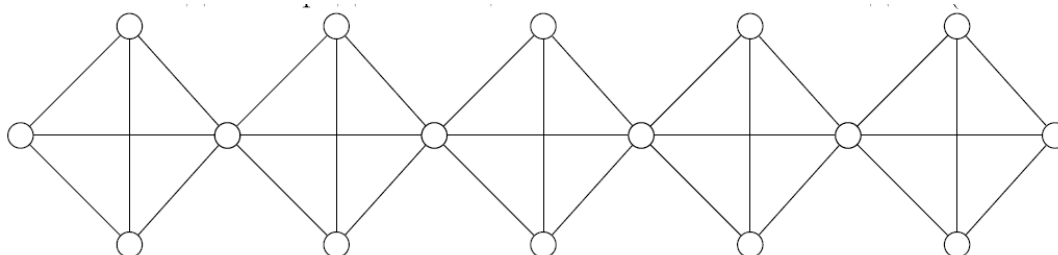
- часто (с вероятностью от $1/100$ до $1/10$) — головная боль;
- нечасто (от $1/1000$ до $1/100$) — тошнота;
- редко (от $1/10000$ до $1/1000$) — вазомоторное расстройство.

Известно, что эти данные точны и что различные побочные эффекты независимы. Найдите промежуток, в котором содержится вероятность того, что у пациента не будет никаких побочных эффектов. Границы интервала округлите до тысячных.

Задача 2. У Рассеянного Ученого было число 1. При помощи генератора случайных чисел Ученый выбирает из отрезка $[0; 3]$ еще два случайных действительных числа независимо друг от друга. Какова вероятность того, что можно будет построить треугольник, длины сторон которого равны трем имеющимся у Ученого числам?

Задача 3. У Вали в коробке n синих и $k \leq n$ красных бусин. Она вынимает все бусины по очереди в случайном порядке, нанизывает их на нитку и связывает концы нитки. Найдите вероятность того, что в получившемся ожерелье никакие две красные бусины не окажутся рядом.

Задача 4. Города и дороги в Анчурии образуют граф, показанный на рисунке.



Когда в Анчурию приходит сезон дождей, ливни размывают часть дорог, причем каждая дорога размывается с вероятностью $p = 0,5$ независимо от других дорог. Какова вероятность того, что из любого города в любой другой по-прежнему можно будет проехать по неразмытым дорогам?

Задача 5. В тесте 20 вопросов, на каждый из которых можно ответить «да» или «нет». За каждый верный ответ Коля получает 1 балл. Коля отвечает на вопросы до тех пор, пока на очередной вопрос он не ответит неправильно: при первой же ошибке тест завершается.

Всего у Коли 10 попыток сдать тест. В каждой следующей попытке ни вопросы, ни их порядок не меняются. Так продолжается до тех пор, пока Коля не ответит верно на все вопросы или не исчерпает все попытки.

На все вопросы Коля отвечает наугад, поскольку ответов он не знает. Зато он пользуется информацией, полученной в предыдущих попытках: если с первого раза Коля не угадал ответ на новый для себя вопрос, то в следующей попытке он ответит на него верно.

- а) Какое наименьшее гарантированное количество баллов получит Коля?
- б) Что более вероятно: что Коля получит 20 баллов или что он получит меньше 20 баллов?

Задача 6. Ковбои Билл и Джо стреляют без промаха. Они решили посоревноваться в удачливости. Каждый зарядил свой 10-зарядный револьвер пятью боевыми патронами и пятью холостыми.

Билл и Джо одновременно стреляют каждый по своей мишени. Они стреляют до тех пор, пока хотя бы одна из мишеней не будет поражена. Если попал в свою мишень кто-то один — он победитель. Если попали оба, то объявляется ничья. После каждого выстрела барабан револьвера автоматически поворачивается на одно гнездо, подставляя под боек следующий патрон. Билл случайным образом раскручивает барабан своего револьвера перед каждым выстрелом, а Джо решил раскрутить свой барабан наудачу только перед первым выстрелом.

В каком порядке Джо должен зарядить холостые и боевые патроны в барабан своего револьвера, чтобы вероятность его победы стала наибольшей?

Авторы задач: А. Б. Акимов, И. Р. Высоцкий, Н. А. Шихова, А. В. Шкляев, И. В. Яценко