

Заключительный этап. 8 класс

Задача 1. Пять букв слова ОЛИМП переставляют всеми возможными способами. Полученные «слова» записывают в список в лексикографическом (алфавитном) порядке. На каком месте в этом списке окажется слово ОЛИМП?

Задача 2. Из вершины A проволочного куба выползает муравей. Он с постоянной скоростью ползет по одному из кратчайших путей по ребрам куба в противоположную вершину B . Одновременно с ним из вершины B в вершину A выползает второй муравей. Он ползет по ребрам куба с такой же скоростью, случайным образом выбирая один из кратчайших путей. Какова вероятность того, что муравьи встретятся?

Задача 3. На уроке физики Коля взвесил грузик, и у него получилось 99 г. Известно, что Коля ошибся не более чем на 10%. Валя взвесила свой грузик, и у нее вышло 72 г, причем Валя ошиблась не более чем на 20%. Учитель спросил, сколько весят их грузики вместе, и они сказали, что 171 г. На сколько процентов в большую сторону они могли ошибиться?

Задача 4. В некоторой социальной сети 2026 пользователей, и любые двое либо являются друзьями, либо нет, но даже если нет, то как-то связаны через цепочку друзей.

Назовем пользователя *нелюдимым*, если у него друзей меньше, чем среднее число друзей его друзей. Если у пользователя друзей больше, чем среднее число друзей его друзей, то такого пользователя назовем *общительным*. Возможны ли следующие ситуации?

- 1) В этой сети нет ни общительных, ни нелюдимых пользователей.
- 2) Большинство пользователей нелюдимые.
- 3) Большинство пользователей общительные.

Задача 5. Симметричный игральный кубик подбросили трижды. Известно, что в сумме выпало 12 очков. Найдите вероятность того, что существует треугольник, длины сторон которого равны трем выпавшим числам.

Задача 6. У Матвея есть калькулятор-усреднитель «Арифметрон-45». Если засыпать в него 45 любых чисел (ни больше, ни меньше), то он выдаст их среднее арифметическое. А срочный заказ, который поступил Матвею, содержит 2026 чисел и задание найти их среднее арифметическое.

Помогли коллеги: Корней снабдил Матвея одноразовым калькулятором-делителем. В него вводятся делимое и делитель, снизу выпадает частное, но после этого калькулятор Корнея непоправимо ломается. А Пантелей принес одноразовый сумматор: вводишь два числа, выскакивает их сумма. Но после этого сумматор Пантелея навсегда блокируется.

По условиям контракта для выполнения заказа можно использовать только эти три калькулятора, и никакие другие действия с числами невозможны. Как Матвею, имея пришедшие числа и неограниченный запас любых целых чисел, найти заказанное среднее?

Авторы задач: А. Б. Акимов, И. Р. Высоцкий, Н. А. Шихова.