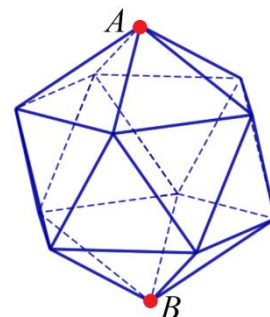


Заключительный этап. 9 класс

Задача 1. Правильный двадцатигранник (икосаэдр) сделан из проволоки (см. рисунок). Из вершины A в противоположную вершину B строго по ребрам с постоянной скоростью ползет муравей. Из вершины B в вершину A также по ребрам и с такой же скоростью ползет второй муравей. Оба муравья начинают ползти одновременно и выбирают один из возможных кратчайших путей случайным образом независимо друг от друга. Какова вероятность того, что муравьи встретятся?



Задача 2. У Вали в коробке 7 синих бусин и 4 красные бусины. Она вынимает все бусины по очереди в случайном порядке, нанизывает их на нитку и связывает концы нитки. Найдите вероятность того, что в получившемся ожерелье никакие две красные бусины не окажутся рядом.

Задача 3. У Матвея есть калькулятор-усреднитель «Арифметрон-45». Если засыпать в него 45 любых чисел (ни больше, ни меньше), то он выдаст их среднее арифметическое. А срочный заказ, который поступил Матвею, содержит 2026 чисел и задание найти их среднее арифметическое.

Помогли коллеги: Корней снабдил Матвея одноразовым калькулятором-делителем. В него вводятся делимое и делитель, снизу выпадает частное, но после этого калькулятор Корнея непоправимо ломается. А Пантелей принес одноразовый сумматор: вводишь два числа, выскакивает их сумма. Но после этого сумматор Пантелея навсегда блокируется.

По условиям контракта для выполнения заказа можно использовать только эти три калькулятора, и никакие другие действия с числами невозможны.

Как Матвею, имея присланные числа и неограниченный запас целых чисел, найти заказанное среднее?

Задача 4. Робот-чертежник рисует графы. Перемещение пера Робота между любыми двумя вершинами занимает ровно секунду. Если между этими вершинами нужно нарисовать ребро, то перо Робота при движении опущено. Если ребро рисовать не нужно, то перо поднято. На то, чтобы опустить или чтобы поднять перо, Робот также тратит секунду. Одно и то же ребро рисовать дважды запрещается. Лишних движений Робот не делает и любой граф рисует за наименьшее возможное время.

Какой граф Робот нарисует быстрее и на сколько секунд: полный¹ граф K_8 или полный граф K_9 ?

¹ Полным графом K_n называется граф без петель, в котором ровно n вершин и две любые вершины соединены единственным ребром.

Задача 5. В тесте 20 вопросов, на каждый из которых можно ответить «да» или «нет». За каждый верный ответ Коля получает 1 балл. Коля отвечает на вопросы до тех пор, пока на очередной вопрос он не ответит неправильно: при первой же ошибке тест завершается.

Всего у Коли 10 попыток сдать тест. В каждой следующей попытке ни вопросы, ни их порядок не меняются. Так продолжается до тех пор, пока Коля не ответит верно на все вопросы или не исчерпает все попытки.

На все вопросы Коля отвечает наугад, поскольку ответов он не знает. Зато он пользуется информацией, полученной в предыдущих попытках: если с первого раза он не угадал ответ на новый для себя вопрос, то в следующей попытке он ответит на него верно.

- а) Какое наименьшее гарантированное количество баллов получит Коля?
- б) Какова вероятность того, что Коля получит ровно 10 баллов?

Задача 6. Ковбои Билл и Джо стреляют без промаха. Они решили посоревноваться в удачливости. Каждый зарядил свой 10-зарядный револьвер пятью боевыми патронами и пятью холостыми.

Билл и Джо одновременно стреляют каждый по своей мишени. Они стреляют до тех пор, пока хотя бы одна из мишеней не будет поражена. Если попал в свою мишень кто-то один — он победитель. Если попали оба, объявляется ничья. После каждого выстрела барабан револьвера автоматически поворачивается на одно гнездо, подставляя под боек следующий патрон. Билл случайным образом раскручивает барабан своего револьвера перед каждым выстрелом, а Джо решил раскрутить свой барабан наудачу только перед первым выстрелом.

В каком порядке Джо должен зарядить холостые и боевые патроны в барабан своего револьвера, чтобы вероятность его победы оказалась наибольшей?

Авторы задач: И. Р. Высоцкий, Н. А. Шихова, А. В. Шкляев, И. В. Яценко