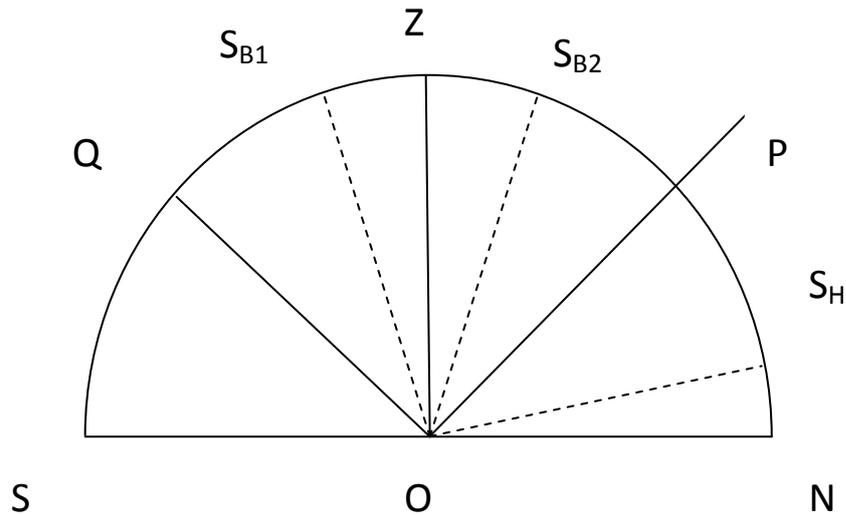


10-11 классы

1. Высота светила в верхней кульминации в три раза больше широты места, а абсолютное значение высоты в нижней кульминации в три раза меньше широты. Чему равно склонение звезды и широта места наблюдения?

Решение.



Так как не указано с какой стороны от зенита происходит верхняя кульминация рассматриваем четыре случая:

$$\delta_* < \varphi \quad h_H > 0$$

$$\begin{cases} h_{B1} = 90^\circ - \varphi + \delta_* = 3\varphi \\ h_H = \varphi - 90^\circ + \delta_* = \frac{1}{3}\varphi \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90^\circ + \delta_* = (3+1)\varphi \\ -90^\circ + \delta_* = -\frac{3-1}{3}\varphi \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} \delta_* = \frac{10}{6}\varphi \\ \varphi = \frac{180^\circ 3}{14} \end{cases} \quad \begin{cases} \delta_* = 64,3^\circ \\ \varphi \approx 38,6^\circ \end{cases}$$

Что противоречит первому неравенству, далее

$$\delta_* < \varphi \quad h_h < 0$$

$$\begin{cases} h_{B1} = 90^\circ - \varphi + \delta_* = 3\varphi \\ h_h = \varphi - 90^\circ + \delta_* = -\frac{1}{3}\varphi \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90^\circ + \delta_* = (3+1)\varphi \\ -90^\circ + \delta_* = -\frac{3+1}{3}\varphi \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} \delta_* = \frac{8}{6}\varphi \\ \varphi = \frac{180^\circ 3}{16} \end{cases} \quad \begin{cases} \delta_* = 45^\circ \\ \varphi \approx 33,7^\circ \end{cases}$$

Что противоречит первому неравенству, далее

$$\delta_* > \varphi \quad h_h \in \forall$$

$$\begin{cases} h_B = 90^\circ + \varphi - \delta_* = 3\varphi \\ h_h = \varphi - 90^\circ + \delta_* = \left| \frac{1}{3}\varphi \right| \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90^\circ - \delta_* = (3-1)\varphi \\ -90^\circ + \delta_* = -\frac{3-1}{3}\varphi \end{cases}$$

$$\begin{cases} \delta_* = 90^\circ \\ \varphi = 0^\circ \end{cases}$$

Что противоречит условию задачи, так как высота в верхней кульминации в три раза больше широты места. Попробуем определить при каких коэффициентах m и n решение задачи существует.

$$\delta_* < \varphi \quad \delta_* > \varphi \quad h_h > 0$$

$$\begin{cases} h_{B1} = 90^\circ - \varphi + \delta_* = m\varphi \\ h_h = \varphi - 90^\circ + \delta_* = \frac{1}{n}\varphi \end{cases} \quad \begin{cases} h_{B2} = 90^\circ + \varphi - \delta_* = m\varphi \\ h_h = \varphi - 90^\circ + \delta_* = \frac{1}{n}\varphi \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90^\circ + \delta_* = (m+1)\varphi \\ -90^\circ + \delta_* = -\frac{n-1}{n}\varphi \end{cases} \quad \begin{cases} 90^\circ - \delta_* = (m-1)\varphi \\ -90^\circ + \delta_* = -\frac{n-1}{n}\varphi \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} \delta_* = \frac{mn+1}{2n}\varphi \\ \varphi = \frac{180^\circ n}{(m+2)n-1} \end{cases} \quad + \begin{cases} \delta_* = 90^\circ \\ \varphi = 0^\circ \end{cases}$$

$$\begin{cases} \delta_* = \frac{mn+1}{2((m+2)n-1)}180^\circ \\ \varphi = \frac{180^\circ n}{(m+2)n-1} \end{cases}$$

$$\delta_* < \varphi \quad m < 2 - \frac{1}{n}$$

$$\delta_* < \varphi \quad \delta_* > \varphi \quad h_h < 0$$

$$\begin{cases} h_{B1} = 90^\circ - \varphi + \delta_* = m\varphi \\ h_h = \varphi - 90^\circ + \delta_* = -\frac{1}{n}\varphi \end{cases} \quad \begin{cases} h_{B2} = 90^\circ + \varphi - \delta_* = m\varphi \\ h_h = \varphi - 90^\circ + \delta_* = -\frac{1}{n}\varphi \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90^\circ + \delta_* = (m+1)\varphi \\ -90^\circ + \delta_* = -\frac{n+1}{n}\varphi \end{cases} \quad \begin{cases} 90^\circ - \delta_* = (m-1)\varphi \\ -90^\circ + \delta_* = -\frac{n+1}{n}\varphi \end{cases}$$

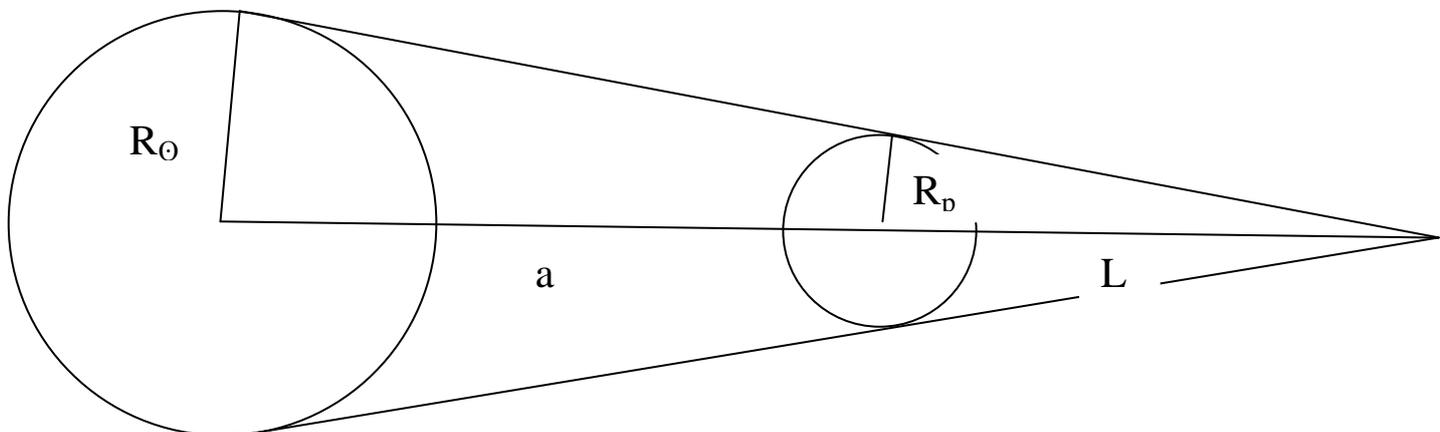
$$+ \begin{cases} \delta_* = \frac{mn-1}{2n}\varphi \\ \varphi = \frac{180^\circ n}{(m+2)n+1} \end{cases} \quad + \begin{cases} \delta_* = 90^\circ \\ \varphi = 0^\circ \end{cases}$$

$$\begin{cases} \delta_* = \frac{mn-1}{2((m+2)n+1)}180^\circ \\ \varphi = \frac{180^\circ n}{(m+2)n+1} \end{cases}$$

$$\delta_* > \varphi \quad m < 2 + \frac{1}{n}$$

Ответ: таких комбинаций широты и склонения не существует

2. У какой из больших планет самая длинная тень? Превышает ли она расстояние от Земли до Солнца?



Решение.

Посмотрим как формируется конус тени планеты:

$$\frac{R_{\odot}}{a+L} = \frac{R_p}{L}$$

$$R_{\odot}L - R_pL = aR_p$$

$$L = \frac{R_p}{R_{\odot} - R_p} a \approx \frac{R_p}{R_{\odot}} a$$

$$\frac{L_p}{L_{\oplus}} = \frac{\frac{R_p}{R_{\odot}} a}{\frac{R_{\oplus}}{R_{\odot}} a_{\oplus}} = \frac{R_p}{R_{\oplus}} \cdot \frac{a}{a_{\oplus}}$$

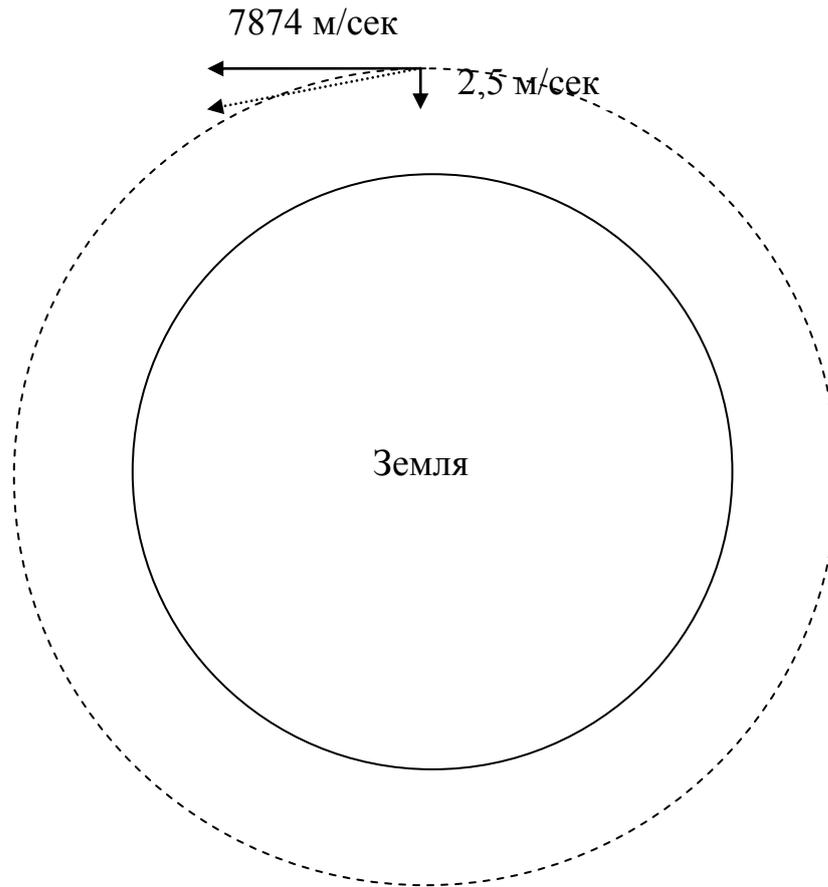
Планета	Диаметр,	А а. е.	L
Меркурий	0,382	0,38	0,15
Венера	0,949	0,72	0,68
Земля	1,0	1,0	1,0
Марс	0,53	1,52	0,81
Юпитер	11,2	5,20	58,2
Сатурн	9,41	9,54	89,8
Уран	3,98	19,22	76,5
Нептун	3,81	30,06	114,5

Даже, если не известно расстояние от Солнца до планеты исходя из выведенной формулы видно, что зависимость от расстояния до Солнца и радиуса планеты прямая. Значит нужно проверить две возможности, планету Юпитер самого большого диаметра в 0,001 солнечного и планету Нептун, как самую далекую. Возьмем и оценим во сколько раз отличается длинна теней планет от длинны земной тени

Ответ: Нептун, да превышает.

3. От космической станции, которая находится на круговой орбите вокруг Земли и имеет высоту 500 км над земной поверхностью, вертикально вниз оттолкнулся космонавт со скоростью 2.5 м/с. Через сколько времени он достигнет Земли?

Решение.



Скорость движения станции по круговой орбите вокруг Земли равна:

$$V = \sqrt{G \frac{M}{R+h}} = \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{6,4 \cdot 10^{24}}{6,4 \cdot 10^6 + 0,5 \cdot 10^6}} \approx \sqrt{62 \cdot 10^6} \approx 7874 \text{ м/с} \approx 7,9 \text{ км/сек}$$

2,5 м/сек значительно меньше чем 7874 м/сек, а так как скорости складываются, как векторы, то суммарное направление движения изменится очень мало. Значит космонавт не сможет достичь поверхности Земли. Он выйдет на орбиту.

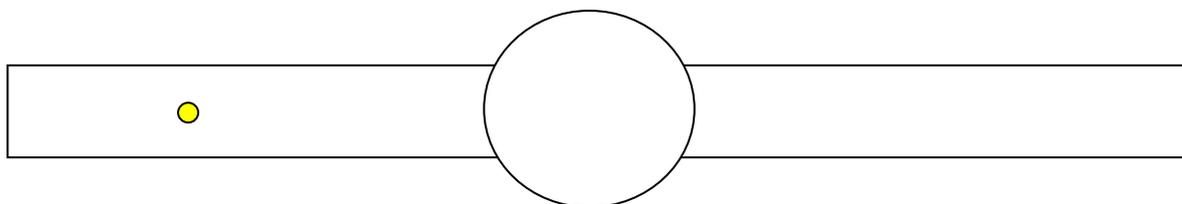
Ответ: Никогда, так как выйдет на эллиптическую орбиту

4. Человечество решило создать из планет Солнечной системы сферу Дайсона -- оболочку с радиусом в 1 а.е. и плотностью 5,5 г/см³ вокруг Солнца. Какова она будет в толщину? Площадь скольких планет наподобие Земли будет равна площади ее поверхности?

См. 8-9 класс, задача 3.

5. В каких направлениях на небесной сфере видно наибольшее количество близких к нам звезд?

Решение.



Так как наша галактика представляет собой диск диаметром 100-125 тысяч св. лет и толщиной в 400-600 св.лет, то относительно всех звезд количество близких из них будет в областях перпендикулярных плоскости галактики причем тем больше чем ближе к 90 галактической широты. Отметим, что от направления на рукава число близких звезд не зависит, так как рукава – видимая структура из О-В звезд и плотность звезд в рукавах такая же в среднем, как и на таком же расстоянии от центра Галактики вне рукава.

6. Галактика А имеет красное смещение 0,05. Галактика В, расположенная на небе в 90 градусах от галактики А, имеет красное смещение 0,1. Какое красное смещение будет иметь галактика В для наблюдателя в галактике А?

В соответствии с законом Хаббла мы видим, что галактики разлетаются от нас, а их лучевая скорость пропорционально расстоянию до них. Этот закон нарушается для очень близких галактик, которые гравитационно связаны с нашей Галактикой, а также для очень далеких, в динамику которых большой вклад вносит темная энергия. Обе рассматриваемые галактики обладают средними красными смещениями, т.е. закон Хаббла для них должен выполняться.

По определению красного смещения z

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$$

Здесь v — скорость, с которой галактика удаляется от нас, c — скорость света, λ и $\Delta\lambda$ — длина волны спектральной линии и её изменение, вызванное удалением галактики.

Закон Хаббла выражается следующей формулой:

$$v = H_0 \cdot R$$

где $H_0 \approx 70 \text{ км / (с} \cdot \text{ Мпк)}$ — постоянная Хаббла, R — расстояние до галактики.

Подставляя вторую формулу в первую выражаем расстояние до галактики:

$$R = \frac{zc}{H_0}$$

Расстояние до галактики А получается равным $R_A = 200 \text{ Мпк}$, а до галактики В - $R_B = 400 \text{ Мпк}$.

В силу однородности и изотропности пространства галактика В будет удаляться от галактики А также в соответствии с законом Хаббла:

$$z_1 = \frac{DH_0}{c}$$

Здесь D — расстояние между A и B .

$$z_1 = \sqrt{z_A^2 + z_B^2} = 0.1$$